PART3　円順列

例題

(1)　両親と子供４人の６人が円形のテーブルに向かって座るとする。次のような座り方は何通りあるか。

(i)　６人全員の座り方　　(ii)　両親が隣り合わない座り方

(2)　異なる５色の玉を机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。また，これらを糸でつないで首飾りを作るとき，何通りの首飾りができるか。

Point Pickup

練習

(1) 父，母，息子 2 人，娘 2 人が円形のテーブルに向かって座るとする。

　(i) 女性が隣り合わない方法は何通りあるか。

　(ii) 両親が向かい合う方法は何通りあるか。

(2) 異なる 6 個の宝石から 4 個を取り出して，机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。

第 2 講　PART3　確認問題

1 父，母，息子 3 人，娘 1 人が円形のテーブルに向かって座るとする。女性が隣り合わない方法は **アイ** 通りある。

2 父，母，息子 3 人，娘 1 人が円形のテーブルに向かって座るとする。両親が向かい合う方法は **ウエ** 通りある。

3 異なる 7 種類の料理から 4 種類を選んで，机の上に円形に並べる方法は **オカキ** 通りある。

PART3　円順列

例題

(1)　両親と子供 4 人の 6 人が円形のテーブルに向かって座るとする。次のような座り方は何通りあるか。

(i)　6 人全員の座り方　　(ii)　両親が隣り合わない座り方

(2)　異なる 5 色の玉を机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。また，これらを糸でつないで首飾りを作るとき，何通りの首飾りができるか。

(1)(i)　6 人の円順列の総数より　$(6-1)!=5!=120$ (通り)

(ii)　子供 4 人の円順列の総数は　$(4-1)!=3!$ (通り)

その並び方のそれぞれについて，子供 4 人の間の 4 箇所に両親 2 人を並べる方法は ${}_4\mathrm{P}_2$ 通り

よって，並び方の総数は　$3!\times{}_4\mathrm{P}_2=72$ (通り)

(2)　円形に並べる方法は，異なる 5 個のものの円順列より　$(5-1)!=4!=24$ (通り)

また，首飾りの総数は，異なる 5 個のものの円順列において，裏返すと同じものが 2 つずつあることから　$\dfrac{4!}{2}=\dfrac{24}{2}=12$ (通り)

練習

(1)　父，母，息子 2 人，娘 2 人が円形のテーブルに向かって座るとする。

(i)　女性が隣り合わない方法は何通りあるか。

(ii)　両親が向かい合う方法は何通りあるか。

(2)　異なる 6 個の宝石から 4 個を取り出して，机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。

(1)(i)　男性 3 人の円順列の総数は　$(3-1)!=2!$ (通り)

その並び方のそれぞれについて，男性 3 人の間の 3 箇所に女性 3 人を並べる方法は $3!$ 通り

よって，並び方の総数は　$2!\times3!=12$ (通り)

(ii)　両親のうち 1 人を固定すると，もう 1 人はその向かい側に固定される。

残りの 4 人の順列を考えて，求める並び方の総数は　$4!=24$ (通り)

(2)　異なる 6 個から 4 個選んで並べる順列は ${}_6\mathrm{P}_4$ 通り

この順列には，円順列として同じものになるものが 4 通りずつある。

よって，並び方の総数は　$\dfrac{{}_6\mathrm{P}_4}{4}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4}=90$ (通り)

第 2 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイ：72

[解説]

男性 4 人の円順列の総数は

$(4-1)!=3!$ (通り) [A]

その並び方のそれぞれについて，男性 4 人の間の 4 箇所に女性 2 人を並べる方法は　${}_4P_2$ 通り

よって，並び方の総数は

$$3!\times{}_4P_2=3\cdot2\cdot1\times4\cdot3$$
$$=\mathbf{72}\text{ (通り)}$$

[A]　円順列
異なる n 個のものの円順列の総数は
$\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$

2

[正解] ウエ：24

[解説]

両親のうち 1 人を固定すると，もう 1 人はその向かい側に固定される。 [B]

残りの 4 人の順列を考えて，求める並び方の総数は

$4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=\mathbf{24}$ (通り)

[B]　例えば，父を固定すると，母がその向かい側に固定される。

3

[正解] オカキ：210

[解説]

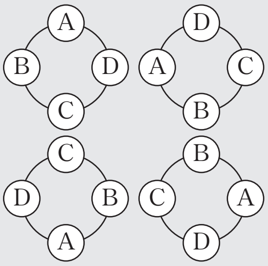
異なる 7 種類から 4 種類選んで並べる順列は ${}_7P_4$ 通り

この順列には，円順列として同じになるものが 4 通りずつある。 [C]

よって，並び方の総数は

$$\frac{{}_7P_4}{4}=\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4}=\mathbf{210}\text{ (通り)}$$

[C]　4 個のもの A，B，C，D を円形に並べるとき，以下は円順列としては同じ並び方と考える。



異なる n 個のものから r 個取って並べる円順列の総数は
$\dfrac{{}_nP_r}{r}$